



<https://doi.org/10.15407/geotech2020.32.086>  
УДК 519.6 : 504.064

**Попов О.О., Артемчук В.О., Яцишин А.В., Ковач В.О., Яцишин Анна В., Туревич А.О., Куценко В.О.**

**Попов О.О.**, д.т.н., с.н.с., ДУ «ІГНС НАН України», ORCID:0000-0002-5065-3822, sasha.popov1982@gmail.com  
**Артемчук В.О.**, к.т.н., с.н.с., Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України, ORCID:0000-0001-8819-4564, ak24avo@gmail.com  
**Яцишин А.В.**, д.т.н., с.н.с., ДУ «ІГНС НАН України», ORCID:0000-0001-5508-7017, iatsyshyn.andriy@gmail.com  
**Ковач В.О.**, к.т.н., Національний авіаційний університет, ORCID:0000-0002-1014-8979, valeriakovach@gmail.com  
**Яцишин Анна В.**, к.пед.н., с.н.с., ДУ «ІГНС НАН України», ORCID:0000-0001-8011-5956, anna13.00.10@gmail.com  
**Туревич А.О.**, інж. 1-ої кат., ДУ «ІГНС НАН України», ORCID:0000-0002-8435-3166, ognetyr@gmail.com  
**Куценко В.О.**, інж. 2-ої кат., ДУ «ІГНС НАН України», ORCID:0000-0002-0577-2056, kuts.vo@gmail.com

## ВИРІШЕННЯ ОПТИМІЗАЦІЙНОЇ ЗАДАЧІ РОЗМІЩЕННЯ СТАЦІОНАРНИХ ПОСТІВ СПОСТЕРЕЖЕННЯ ЗА ЗАБРУДНЕННЯМ АТМОСФЕРНОГО ПОВІТРЯ НА ТЕХНОГЕННО-НАВАНТАЖЕНИХ ТЕРИТОРІЯХ УКРАЇНИ

Мережу постів спостереження за забрудненням атмосферного повітря України було побудовано ще в 1970-х роках відповідно до стандартів колишнього СРСР і з того часу її конфігурація не переглядалась. Але за цей період відбулось багато змін в економіці, промисловості, транспортній інфраструктурі, кліматичних умовах, які спричинили кардинальний перерозподіл техногенного навантаження на атмосферне повітря території України. Тому існуюча мережа постів на сьогоднішній день вже не є оптимальною, що не дає можливості бачити реальну картину забруднення. Це, в свою чергу, не дає можливості приймати ефективні рішення щодо управління станом атмосферного повітря та ризиком для здоров'я населення на урбанізованих територіях. Такий стан не відповідає загальноєвропейським вимогам, які Україна зобов'язалась виконувати згідно Угоди про партнерство і співпрацю між Євросоюзом, державами-членами і Україною. В прийнятих нормативно-правових актах України зазначається, що однією з пріоритетних задач розвитку існуючої системи моніторингу атмосферного повітря є теоретичне обґрунтування та підготовка пропозицій щодо оптимізованих схем побудови і функціонування мереж спостережень згідно європейських вимог та стандартів. Тому розробка математичних засобів для вирішення оптимізаційної задачі розміщення стаціонарних постів спостереження за забрудненням атмосферного повітря на техногенно-навантажених територіях є актуальною науковою проблемою. Виконано порівняльний аналіз різних підходів щодо визначення просторової конфігурації мережі моніторингу стану атмосферного повітря, визначено їхні основні недоліки, які практично унеможливають їх застосування в сьогоденній Україні. Здійснено математичну формалізацію оптимізаційної задачі розміщення стаціонарних постів спостереження за станом атмосферного повітря. З точки зору теорії оптимізації отримана задача є динамічною, нелінійною, детермінованою та дискретною на неопуклій області. Через значну складність задачі її розв'язання (знаходження оптимального розв'язку) можливе лише методом повного перебору. Проте для великих зон та агломерацій застосування даного методу є ускладненим через дуже велику кількість обчислювальних операцій, тому виникає необхідність використання нових оптимізаційних алгоритмів. Розроблено два алгоритми вирішення задачі оптимізації, які базуються на комбінації жадібного алгоритму та методу повного перебору. Тестування цих алгоритмів (на прикладі даних м. Києва) показало, що вони дозволяють отримати розв'язок задачі (близький до оптимального) значно швидше, ніж методом повного перебору.

**Ключові слова:** атмосферне повітря, мережа моніторингу, стаціонарні пости спостереження, оптимізація розміщення, обчислювальні методи.

**Вступ.** Забруднення повітря є важливою проблемою України. Так, за даними [1] щороку в Україні фіксується рівень смертності від забрудненості атмосферного повітря (АП) понад 200 чоловік на 100 000 населення. Однак система моніторингу АП України, яка була створена для спостереження за станом АП і підтримки прийняття управлінських рішень щодо забезпечення екологічної безпеки та мінімально можливого ризику для здоров'я населення урбанізованих територій, на жаль, на сьогоднішній день за структурою, рівнем організації, можливостями ви-

мірювання якісних та кількісних параметрів стану навколишнього середовища, способом передачі та агрегації даних не відповідає завданням, що поставлені перед нею, і сучасним вимогам. Так, мережу постів спостереження за забрудненням було побудовано ще в 1970-х роках відповідно до стандартів колишнього СРСР. Схеми розміщення станцій (постів) моніторингу та їх кількість, методи пробовідбору та аналізу реалізовано згідно із застарілим положенням [2], яке було прийняте в колишньому СРСР, і яким керуються донині. З того часу роботи з пере-

гляду ефективності даної мережі не виконувались. Але за цей період відбулось багато змін в економіці, промисловості, транспортній інфраструктурі, кліматичних умовах, які спричинили кардинальний перерозподіл техногенного навантаження на АП на території України. Тому існуюча мережа постів спостереження за забрудненням АП України на сьогоднішній день вже не є оптимальною, що не дає можливості бачити реальну картину забруднення, а це, в свою чергу, не дає можливості приймати ефективні рішення щодо управління станом АП та ризиком для здоров'я населення на урбанізованих територіях. Такий стан не відповідає загальноєвропейським вимогам, які Україна зобов'язалась виконувати згідно Угоди про партнерство і співпрацю між Євросоюзом, державами-членами і Україною. Шляхи вирішення даної проблеми відзначено у прийнятих нормативно правових актах [3, 4], де зазначається, що однією з пріоритетних задач розвитку Державної системи моніторингу довкілля є теоретичне обґрунтування та підготовка пропозицій щодо оптимізованих схем побудови і функціонування мереж спостережень згідно європейських вимог та стандартів. Тому розробка математичних засобів вирішення задачі раціонального розміщення постів спостереження за забрудненням АП техногенно-навантажених територій є актуальною, важливою та своєчасною для підвищення екологічної безпеки держави.

#### Огляд останніх досліджень

На сьогоднішній день існують різні підходи до проектування нових та оптимізації існуючих мереж моніторингу стану атмосферного повітря (ММСАП), кожен з яких має свої переваги і недоліки.

Нормативні документи, наприклад [2], носять звичай рекомендаційний характер щодо питань вибору кількості контрольно-вимірвальних станцій та місць їх розташування, але критерії для визначення раціонального розташування станцій при цьому не наводяться.

Економічний підхід є найбільш адекватним, але точне визначення збитку за відсутності або наявності поста спостереження є досить важкою задачею через велике число факторів впливу [5].

Використання «метеорологічного» підходу при оптимізації мережі постів спостереження істотно обмежується неоднорідністю і анізотропією полів концентрацій забруднюючих речовин (ЗР). Він також є дорогим, оскільки потребує досить великого об'єму задалегідь накопиченої інструментальними методами початкової інформації [6].

Найперспективнішими, принаймні на даний час, представляються методики, що використовують

різні показники, які характеризують збиток (можливий або запобіжний від відсутності точності інформації про стан АП, у т.ч. похибки прогнозів) як критерій оптимізації. З урахуванням задач, що поставили перед мережею моніторингу, соціально-економічні показники, зокрема, збиток, виражений або в явній, або у відносній формі, є найбільш інформативними величинами, які необхідно використовувати при розробці і оптимізації мережі [7].

Існуючі підходи до оптимізації мережі постів моніторингу забруднення атмосфери, визначаючи одну єдину оптимальну конфігурацію, не передбачають можливості для оцінки ефективності цієї мережі при зміні різних факторів, що впливають на вибір такої конфігурації. Мінливість же цих чинників, особливо метеорологічних, накладає істотну невизначеність на ухвалюване рішення щодо розміщення постів мережі. Тому можливість порівняльної оцінки ефективності мережі при зміні чинників, що впливають на її конфігурацію, має велике значення і повинна бути реалізована при розробці методики оптимального розміщення ММСАП.

Представлені підходи не піднімають питань побудови мереж моніторингу з використанням маршрутних спостережень, оптимізації розміщення точок зупинки маршрутних постів і створення мереж гнучкої конфігурації, що також має велике практичне значення.

Варто зазначити, що більшість з представлених підходів при вирішенні задачі розміщення постів використовують різні методи визначення полів концентрацій ЗР. Всі підходи, у тому числі і «метеорологічний», використовуючи інструментальні методи визначення концентрацій ЗР, жодним чином не можуть врахувати перспективу розвитку тих регіонів, в яких вони використовуються.

Найменш витратними можна визнати підходи, що використовують розрахункові методи для визначення полів концентрацій ЗР. Вони також дозволяють врахувати перспективу розвитку регіонів і достатньо широко використовуються при вирішенні задачі розміщення ММСАП.

Один із найбільш цікавих підходів до оптимізації розміщення постів мережі представлений в роботах В.А. Верлана [8]. Він базується на припущеннях з теорії ігор, де стратегіями гравця є різні варіанти розстановки постів мережі моніторингу, які характеризуються як конфігурацією, так і кількістю постів. У грі приймає участь «природа», яка визначає синоптичні і метеорологічні параметри навколишнього середовища [9].

Аналіз різних підходів для визначення просторової конфігурації ММСАП дозволив визначити їх основні недоліки (табл. 1), що практично унеможливають їх застосування в сьогоденній Україні.

Отже, актуальним та важливим напрямком дослідження є математична постановка задачі оптимального розміщення пунктів спостережень ММСАП,

розробка, дослідження та реалізація нових математичних засобів для її вирішення, на що і спрямовано дану публікацію.

**Табл. 1.** Характеристики підходів до формування мережі моніторингу стану АП  
**Table 1.** Approaches characteristics to formation of atmospheric air monitoring network

Підхід Характеристика	Ймовірностатистичний («метеоро-логічний») підхід	Економічний підхід	Ряд інших підходів	Підхід В.А. Верлана
Врахування метеопараметрів	+	+++	+++	+++
Можливість задання пріоритетів	—	—	—	—
Врахування багатьох ЗР	+++	+	+	+
Врахування пріоритетності та населеності територій	—	+	+	+
Врахування типу постів спостереження за забрудненням	—	—	—	+++
Врахування структури розташування джерел забруднення	—	+	+	+
Можливість використання різних моделей забруднення	+++	+	+++	+
Комп'ютерна реалізація	—*	—*	—*	—

\* – в доступних літературних джерелах та мережі Internet інформація відсутня

\*\* – частково

### Результати дослідження

#### Загальна постановка та класифікація задач оптимізації ММСАП

У загальному випадку вирішення задачі оптимізації ММСАП повинно відповісти на запитання: де і скільки вузлів сенсорів необхідно встановити, щоб отримана ММСАП відповідала висунутим до неї вимогам. Таким чином пропонується наступна загальна постановка задачі оптимізації ММСАП: на заданій території  $B$ , що розбита на квадрати фіксованого розміру, та заданій множині рухомих об'єктів  $M$  (трамваїв, тролейбусів тощо, на яких можливо встановлення вузлів сенсорів) з їх маршрутами територією  $B$  розмістити деяку кількість вузлів сенсорів ( $N_B$  та  $N_M$  відповідно) із урахуванням різного роду обмежень так, щоб утворена таким чином ММСАП відповідала одному ( $F$ ) чи декільком ( $F_1, F_2, \dots$ ) критеріям оптимальності. Найчастіше при цьому робляться наступні припущення: всі точки квадратів території  $B$  та рухомих об'єктів  $M$  є рівноцінними щодо розміщення вузлів сенсорів; їх центри використовуються в якості розрахункових точок; вузли сенсорів однієї ММСАП вважаються ідентичними [7].

Територія, яку повинна охопити ММСАП, може істотно змінюватись у розмірах. Оскільки екологічний моніторинг може здійснюватися на різних рівнях, тому задачі оптимізації ММСАП можна розділити теж за відповідними рівнями. Разом з тим, область оптимізації може бути опуклою або неопук-

лою (крім того, у випадку оптимізації ММСАП для декількох міст одночасно, навіть незв'язною).

Опишемо територію  $B$  за допомогою прямокутної матриці  $\{b_{ij}\}$ , де:

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{якщо квадрат } (i, j) \\ & \text{належить території } B; \\ 0, & \text{в інших випадках,} \end{cases} \quad (1)$$

де  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{1, m}$ ,  $m \times n$  – розмірність матриці  $\{b_{ij}\}$  після розбиття досліджуваної території на  $m \times n$  квадратів.

Після цього вирішення задачі оптимізації ММСАП можна привести до знаходження матриць  $X^B$  та  $X^M$ , таких що:

$$x_{ij}^B = \begin{cases} 1, & \text{якщо в квадрат } (i, j) \\ & \text{встановлюється сенсорний вузол;} \\ 0, & \text{в інших випадках,} \end{cases} \quad (2)$$

та

$$x_i^M = \begin{cases} 1, & \text{якщо на } i\text{-тий рухомий об'єкт} \\ & \text{встановлюється сенсорний вузол;} \\ 0, & \text{в інших випадках.} \end{cases} \quad (3)$$

Таким чином отримуємо, що загальна кількість ( $N_Z$ ) встановлених вузлів сенсорів рівна:

$$N_Z = N_B + N_M = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}^B + \sum_{i=1}^{|M|} x_i^M, \quad (4)$$

де  $|M|$  – потужність (кількість елементів) множини  $M$ .

Таким чином, класифікація задач оптимізації ММСАП за характеристиками відповідної території здійснюється за масштабами, опуклістю та зв'язністю області оптимізації.

Критерії оптимальності ММСАП можуть бути найрізноманітнішими, проте найчастіше використовуються: статистичні (вимога мінімуму середньої квадратичної помилки відновлення значення концентрації ЗР у певній точці простору і в певний момент часу); економічні (мінімальна сума збитків від неточності отриманої інформації, мінімальна вартість мережі тощо); комплексні (інформаційна користь, інформативність тощо) [9].

Крім того, задача оптимізації ММСАП може бути одно- та багатокритеріальною. Таким чином, класифікація задач оптимізації ММСАП за критеріями оптимальності здійснюється за їх кількістю і виглядом.

Кількість вузлів сенсорів ( $N_Z$ ) ММСАП може бути:

- 1) бути менше-рівне заданого числа:  $N_Z \leq N$ ;
- 2) бути більше-рівне заданого числа:  $N_Z \geq N$ ;
- 3) точно задана наперед:  $N_Z = N$ ;
- 4) лежати в певному інтервалі (поєднання випадків 2 і 3);
- 5) невідомою;

де:  $N$  – наперед задане число вузлів сенсорів.

У перших чотирьох випадках у математичну постановку задачі просто додаються відповідні обмеження. Щодо п'ятого випадку, коли  $N$  є невідомим, то можливі наступні випадки [6]:

1)  $N$  визначається під час вирішення задачі оптимізації ММСАП за наявності відповідного критерію (наприклад, подальше збільшення  $N$  або/майже не призводить до підвищення ефективності мережі тощо);

2)  $N$  визначається під час вирішення задачі оптимізації ММСАП за наявності економічних обмежень щодо вартості побудови та/або функціонування мережі;

3)  $N$  визначається до початку вирішення задачі:  $N = f(g_1^B, g_2^B, \dots, g_p^B)$ , де:  $g_i^B$  – деякий параметр (характеристика) території  $B$  (наприклад, населення, площа, параметри існуючої мережі, рівень забруднення, метеорологічні параметри тощо);  $p$  – кількість таких параметрів;  $f$  – деяка функція, що описує залежність між необхідною кількістю ( $N$ ) вузлів се-

нсорів та параметрами території  $B$ ;

4)  $N$  визначається після вирішення задачі оптимізації ММСАП, коли виконуються висунуті критерії оптимальності ММСАП.

Крім того, можуть висуватися вимоги щодо кількості вузлів сенсорів, що розміщуються стаціонарно та на рухомих об'єктах ( $N_B$  та  $N_M$  відповідно).

Таким чином, класифікація задач оптимізації ММСАП за заданістю кількості вузлів сенсорів здійснюється за наявністю чи відсутністю таких даних та видом знаходження  $N$  у даному випадку.

Тип ММСАП, що проектується (оптимізується), визначається наявністю (відсутністю) вузлів сенсорів, що розміщуються стаціонарно та на рухомих об'єктах відповідно:

$$1) \text{ пересувна ММСАП: } \begin{cases} N_Z = N_M; \\ N_B = 0. \end{cases}$$

$$2) \text{ стаціонарна ММСАП: } \begin{cases} N_Z = N_B; \\ N_M = 0. \end{cases}$$

3) змішана (гібридна) ММСАП:

$$\begin{cases} N_Z = N_B + N_M; \\ N_M > 0; \\ N_B > 0. \end{cases}$$

Крім того, при розширенні діючої ММСАП необхідно враховувати її параметри, можливість перенесення її вузлів тощо.

Тому класифікація задач оптимізації ММСАП також здійснюється за типом мережі, наявністю існуючої мережі та її параметрами.

Обмеження в задачі оптимізації ММСАП можуть бути відсутніми (тоді маємо задачу безумовної оптимізації) або можуть бути в наявності (тоді маємо задачу умовної оптимізації) наступні обмеження: 1) щодо вартості побудови та/або функціонування мережі; 2) щодо кількості вузлів сенсорів (про що описано вище); 3) щодо точності даних моніторингу та моделювання на їх основі; 4) щодо мінімально (або максимально) можливої відстані між вузлами тощо. Таким чином, задачі оптимізації ММСАП за наявністю (відсутністю) обмежень поділяються на задачі умовної та безумовної оптимізації.

Вигляд шуканих величин задач оптимізації ММСАП також впливає на їх класифікацію. В даній роботі матриці  $X^B$  та  $X^M$  (і, як наслідок,  $N_Z$ ) пропонується в якості невідомих змінних: тому така задача є детермінованою бінарною. Проте можливі випадки необхідності приведення задач оптимізації ММСАП до задач неперервної оптимізації. Таким чином, задачі оптимізації ММСАП за виглядом шуканих ве-

личин поділяються на задачі детерміновані, неперевірної оптимізації тощо.

Функція мети, що описує відповідний критерій оптимальності (або їх набір), та обмеження в задачі можуть бути лінійними чи нелінійними, опуклими чи неопуклими тощо. Таким чином, задачі оптимізації ММСАП поділяються на лінійні та нелінійні тощо [9].

Найбільш складним для вирішення є випадок, коли задача оптимізації ММСАП є багатокритеріальною; область оптимізації неопукла або незв'язна; кількість вузлів сенсорів ( $N_z$ ) ММСАП апіорі невідома; оптимізується змішана ММСАП за наявності існуючої мережі, частину якої можна перенести, а частину – ні; в задачі присутні декілька обмежень, тобто вона є задачею умовної оптимізації; обмеження або критерії є нелінійними, неопуклими і т.д., тобто вона є задачею нелінійного неопуклого програмування тощо.

**Математична постановка задачі оптимального розміщення пунктів спостережень ММСАП**

Функція цілі  $F$ , що максимізує загальну інформаційну корисність ММСАП, має вигляд [0]:

$$F = F(A) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot b_{ij} \cdot g_{ij}(A) \rightarrow \max, \quad (5)$$

де  $m \times n$  – розмірність матриць після розбиття досліджуваної території (найчастіше міста) на  $m \times n$  квадратів;  $A$  – матриця керованих змінних (частинний випадок формул (2) та (3)):

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{якщо в квадрат } (i, j) \\ & \text{буде встановлено ПСЗ;} \\ 0, & \text{в інших випадках.} \end{cases} \quad (6)$$

$B$  – матриця опису досліджуваної території (міста):

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{якщо квадрат } (i, j) \\ & \text{належить території міста;} \\ 0, & \text{в інших випадках,} \end{cases} \quad (7)$$

$g_{ij}(A)$  – інформаційна корисність проведення спостережень на даній території ( $i, j$ ), що задається формулою

$$g_{ij}(A) = \sum_{(p,q) \in (S_{ij} - S_{ij \text{ вст}})} k_{pq}(A) \cdot \frac{R_{ij} - d_{spq}}{R_{ij}} + \sum_{(p,q) \in S_{ij \text{ вст}}} k_{pq}(A) \cdot \frac{R_{ij} - d_{spq}}{R_{ij}} \cdot \frac{d_{pq}(A)}{R_{pq}}, \quad (8)$$

де  $s_{ij}$  – площа території, що «представляється» постом ( $i, j$ );  $R_{ij}$  – радіус «представництва» посту;  $S_{вст}$  – площа, що визначається перетином площ встановлених постів спостереження за забрудненням (ПСЗ) і передбачуваного посту,  $d_{spq}$  – відстань від центру даної території до точки ( $p, q$ );  $d_{ij}(A)$  – відстань між даною точкою ( $i, j$ ) та найближчим ПСЗ:

$$d_{ij}(A) = \min \left( \sqrt{(x_k - x_{ij})^2 + (y_k - y_{ij})^2} \right), \quad k = \overline{1, N''}, \quad (9)$$

де  $N''$  – кількість зафіксованих ПСЗ на даній момент;  $C$  – вектор координат  $(x_k, y_k)$  існуючої (з  $N'$  ПСЗ) та зафіксованої мережі з  $N''$  ПСЗ;  $(x_{ij}, y_{ij})$  – координати центру квадрата ( $i, j$ );  $k_{ij}(A)$  – доцільність проведення моніторингу стану АП для території квадрата ( $i, j$ ), що визначається за формулою:

$$k_{ij}(A) = z_{ij} \left( \alpha_{ij} + \beta_{ij} \frac{e_{ij}}{e_{\max}} + \gamma_{ij} \frac{d_{ij}(A)}{d_{\max}(A)} \right), \quad (10)$$

де  $\alpha_{ij}, \beta_{ij}, \gamma_{ij}$  – пріоритетності врахування рівня забруднення, показника соціально-економічної цінності ділянки території та відстані від точки з координатами  $(x_{ij}, y_{ij})$  до найближчого ПСЗ відповідно ( $\alpha_{ij} + \beta_{ij} + \gamma_{ij} = const$ );  $e_{ij}$  – показник соціально-економічної цінності ділянки території, що враховує густину населення;  $e_{\max}$  – максимальний показник соціально-економічної цінності ділянки території:

$$e_{\max} = \max_{b_{ij}=1} (e_{ij}), \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}, \quad (11)$$

$d_{\max}(A)$  – максимальна відстань між будь-якою точкою в межах досліджуваної території (наприклад, міста) та найближчим ПСЗ:

$$d_{\max}(A) = \max_{b_{ij}=1} (d_{ij}(A)), \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}, \quad (12)$$

$z_{ij}$  – коефіцієнт забрудненості (індекс забруднення атмосфери):

$$z_{ij} = \sum_{p=1}^t \left( \frac{q_{ijp}}{\Gamma ДК_{cdp}} \right)^{C_p}, \quad (13)$$

де:  $q_{ijp}$  – концентрація  $p$ -ої ЗР у квадраті ( $i, j$ );  $\Gamma ДК_{cdp}$  –  $\Gamma ДК_{cd}$   $p$ -ої ЗР;  $C_p$  – безрозмірний коефіцієнт, що приводить рівень забруднення  $p$ -ю ЗР до рівня забруднення речовини третього класу небезпеки;  $t$  – загальне число домішок, що беруть участь у розрахунку.

При цьому накладаються обмеження на кількість постів і мінімальну відстань між ними:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} \leq N, \quad (14)$$

$$d_{ij}(A) \geq d_{\min ij} \quad \forall (i, j) \quad a_{ij} = 1, \quad (15)$$

де  $N$  – кількість нових ПСЗ, що може бути встановлена;  $d_{\min ij}$  – мінімальна відстань між ПСЗ території квадрата  $(i, j)$  та будь-яким іншим ПСЗ.

Крім того, на значення  $d_{ij}(A)$  впливає параметр  $V$ :

$$V = \begin{cases} 0, & \text{якщо в місті нема мережі,} \\ & \text{або нею можна знехтувати,} \\ 1, & \text{в інших випадках.} \end{cases} \quad (16)$$

Таким чином, якщо  $V=0$ , то до визначення координат першого ПСЗ матимемо:

$$d_{ij}(A) \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{d_{ij}(A)}{d_{\max}(A)} = 1. \quad (17)$$

Дослідження даної задачі показали, що поставлена задача (5)–(17) є детермінованою бінарною нелінійною задачею динамічного програмування умовної оптимізації на неопуклій або незв'язній області.

#### Аналіз методів оптимізації для вирішення поставленої задачі

У зв'язку з математичними особливостями задачі її оптимальне рішення можна знайти лише методом повного перебору (надалі *Mem1*), застосування якого буде розглянуто нижче. Проте в даному випадку *Mem1* через його велику обчислювальну складність можна застосовувати лише для невеликих територій (міст), тому виникає необхідність використання евристичних оптимізаційних алгоритмів. Було розглянуто наступні методи та алгоритми [10–14]: методи еволюційного пошуку (зокрема генетичні алгоритми), жадібні алгоритми, мурашині алгоритми, алгоритм GRIA (Global-Regional Interchange Approach, підхід глобально-регіонального обміну), алгоритм Маранзана (Maranzana algorithm), алгоритм Тейза-Барта (Teitz-Bart algorithm або Bump-and-Shift algorithm), алгоритм «падіння» (Drop algorithm) [7].

Для подальших досліджень обрано методи еволюційного пошуку та жадібні алгоритми. Але у загальному випадку для вирішення поставленої задачі (5)–(17) запропоновано використовувати жадібний алгоритм (надалі *Mem2*), що, в порівнянні з метода-

ми еволюційного пошуку, забезпечує більш швидке знаходження близького до оптимального або оптимального розв'язку.

#### Метод повного перебору

Суть *Mem1* для даної задачі полягає у послідовному переборі всіх можливих розміщень від одного до  $N$  ПСЗ з обчисленням для кожного варіанту значення  $F$ . Оптимальним є розміщення з максимальним значенням інформаційної корисності  $F$ .

Проте *Mem1* є дуже затратним з точки зору використання часу, необхідного для проведення досліджень. Наприклад, для встановлення 15 ПСЗ на території, що розбита на 150 квадратів, потрібно перебрати як мінімум  $3,36 \cdot 10^{20}$  варіантів розміщень. Тому на практиці *Mem1* може бути застосований при розміщенні лише декількох пунктів спостережень та/або для невеликих територій.

#### Використання жадібного алгоритму

Жадібний алгоритм – оптимізаційний евристичний алгоритм, що, базуючись на відомих на поточному кроці даних, обирає найкраще (найбільш «жадібне») рішення, не враховуючи можливі наслідки та сподіваючись в кінці отримати оптимальне рішення. Як правило, цей алгоритм не важкий для програмної реалізації і найчастіше дуже ефективний за часом обчислень [10].

Класичний жадібний алгоритм базується на таких п'яти наступних пунктах:

1. Набір можливих варіантів, з яких проводитиметься вибір.
2. Функція придатності, що залишає чи відкидає даний варіант.
3. Функція «жадібного» вибору, що знаходить найкращий варіант.
4. Функція цілі (як правило не виражена явно).
5. Функція розв'язку, що визначає, чи знайдено кінцеве рішення.

На відміну від методів динамічного програмування, що вирішують задачу знизу вверх, жадібний алгоритм робить це з точністю до навпаки, роблячи один за іншим жадібний вибір. Тому поставлену задачу пропонується вирішувати шляхом застосування *Mem2*.

#### Алгоритми, засновані на комбінації жадібного алгоритму та методу повного перебору

Розроблено два алгоритми вирішення поставленої задачі (*Mem3* та *Mem4*), що базуються на різних способах поєднання жадібного алгоритму з методом повного перебору. Це дозволило підвищити точність розв'язків, отриманих за допомогою класичного жадібного алгоритму.

Для пояснення *Mem3* введемо поняття «околу  $k$ -го посту». Під околом  $k$ -го посту будемо розуміти

територію, обмежену колом з центром в точці  $(x_k, y_k)$  та радіусом  $d_{min}$ .

Суть *Мет3* полягає в тому, що після встановлення  $k$ -го ( $k \geq 2$ ) посту (п. 15), замість  $k$ -го та  $(k-1)$ -го ПСЗ в околі  $k$ -го посту намагаємося встановити два ПСЗ ( $k^*$ -й та  $(k^*-1)$ -й), сумарна інформаційна корисність яких перевищує сумарну інформаційну корисність  $k$ -го та  $(k-1)$ -го ПСЗ. Якщо такі точки для встановлення  $k^*$ -го та  $(k^*-1)$ -го посту знаходяться, то відбувається заміна  $k$ -го та  $(k-1)$ -го ПСЗ на  $k^*$ -й та  $(k^*-1)$ -й, після чого виконується перехід до п. 16. Таким чином отримуємо *Мет3*.

*Мет4* полягає в наступному: знаходимо розмі-

щення ММСАП використовуючи *Мет2* або *Мет3*, після чого для кожної пари  $(i$  та  $j$ ,  $i = \overline{1, N''}$ ,  $j = \overline{1, N''}$ ,  $i < j$ ) встановлених постів *Мет1* намагаємося знайти пару  $(i^*$  та  $j^*$ ,  $i^* = \overline{1, N''}$ ,  $j^* = \overline{1, N''}$ ,  $i^* \neq j^*$ ) нових постів, що не співпадають з уже встановленими так, щоб сумарна їх інформаційна корисність перевищувала сумарну інформаційну корисність постів  $i$  та  $j$ . Якщо така пара  $(i^*$  та  $j^*)$  знаходиться, то пара  $(i$  та  $j)$  постів замінюється на пару постів  $(i^*$  та  $j^*)$ . Таким чином отримуємо *Мет4* [7].

**Табл. 2.** Характеристики реалізованих методів (алгоритмів) при  $V=1$  (наявність та врахування існуючої ММСАП)

**Table. 2.** Characteristics of implemented methods (algorithms) at  $V = 1$  (availability and consideration of existing network of atmospheric air monitoring)

N	Кількість клітин	Значення функції цілі $F$				Час обчислення $T$ , мс			
		Мет1	Мет2	Мет3	Мет4	Мет1	Мет2	Мет3	Мет4
1	60160	-	190,99	190,99	190,99	-	1248,46	1265,38	1250,00
1	25	132,87	132,87	132,87	132,87	3736,67	1226,15	1213,85	1226,15
2	4891	-	432,08	432,08	432,08	-	1153,85	1166,15	1166,15
2	30	235,92	235,69	235,69	235,69	-	1310,00	1298,46	1286,15
2	25	268,38	268,38	268,38	268,38	3997,50	1310,00	1310,00	1297,69
2	20	231,85	231,85	231,85	231,85	1484,17	1310,77	1310,00	1321,54
2	16	143,64	143,64	143,64	143,64	1406,67	1237,69	1310,00	1442,31
5	156	-	776,14	776,14	776,14	-	1213,85	1202,31	13797,69
5	30	557,45	548,93	548,93	557,45	-	1213,85	1190,00	1298,46
10	100	-	1504,73	1504,73	1504,73	-	1178,46	1177,69	19723,08
10	16	486,52	486,52	486,52	486,52	2057,50	1189,23	1190,00	1262,31
15	60160	-	2885,27	2885,27	2885,27	-	1105,38	1142,31	-
20	36	-	1178,91	1178,91	1233,98	-	1285,38	1298,46	7043,08
25	49	-	1703,62	1703,62	1725,81	-	1177,69	1190,00	23124,62
30	60160	-	5796,56	5796,56	5796,56	-	1826,92	1863,08	-
30	49	-	2095,38	2095,38	2132,75	-	1177,69	1178,46	40673,08
35	60160	-	6712,18	6712,18	6712,18	-	2127,69	2163,08	-
40	60160	-	7635,33	7635,33	7635,33	-	2452,31	2500,00	-
45	60160	-	8557,23	8557,23	8557,23	-	2824,62	2872,31	-
50	60160	-	9451,75	9451,75	9451,75	-	3209,23	3269,23	-

Примітка: в табл. 2 у колонці значення функції цілі для *Мет1* (методу повного перебору) та у колонках часу обчислень для *Мет1* та *Мет4* стоїть «-», якщо даний метод не закінчив розрахунки за відведений час (90000 мс).

### Експериментальне дослідження запропонованих методів

Авторами було здійснено тестування алгоритмів вирішення задачі (на прикладі м. Києва) в залежності від кількості встановлюваних ПСЗ та розмірності матриці керованих змінних (на комп'ютері Inter® Core™ 2 Duo CPU E7300 @ 2,66GHz 1,57ГГц 4 ГБ RAM), що дало змогу побудувати таблицю значень часу обчислень  $T$ , необхідних для вирішення задачі оптимального розміщення пунктів спостережень ММСАП та отриманих значень функції цілі  $F$  для запропонованих методів. Деякі характерні значення

експериментів наведені в табл. 2.

Проведено 600 експериментів вирішення задачі оптимального розміщення від 1 до 50 пунктів спостережень ММСАП з розміром сітки розбиття від 0,2 км до 10 км (кількість змінних від 16 до 60160) з обмеженням на час обчислень у 90000 мс.

В 103 випадках отримано оптимальне рішення задачі розміщення пунктів спостережень мережі МСАП *Мет1*. При цьому середнє відхилення рішень, отриманих *Мет2*, *Мет3* та *Мет4*, від оптимального розміщення становило 1,38%, 1,37% та 0,48% відповідно. При цьому для *Мет4* найбільше

відхилення становило лише 6,81%. Таким чином, *Мет4* забезпечує найбільш точний розв'язок задачі розміщення пунктів спостережень ММСАП. *Мет3* та *Мет4* покращують розв'язки, знайдені *Мет2*, в середньому на 0,02% та 0,37% відповідно.

### Висновки

Існуюча мережа постів спостереження за забрудненням атмосферного повітря України на сьогоднішній день вже не є оптимальною, що не дає можливості бачити реальну картину забруднення, а це, в свою чергу, не дає можливості приймати ефективні рішення щодо управління станом атмосферного повітря та ризиком для здоров'я населення на урбанізованих територіях. Такий стан не відповідає загальноєвропейським вимогам, які Україна зобов'язалась виконувати згідно Угоди про партнерство і співпрацю між Євросоюзом, державами-членами і Україною.

Перспективи розвитку системи моніторингу стану атмосферного повітря України відображено у прийнятих Законах України та постановах Кабінету Міністрів України, де зазначається, що однією з пріоритетних задач є теоретичне обґрунтування та підготовка пропозицій щодо оптимізованих схем побудови і функціонування мереж спостережень згідно європейських вимог та стандартів. Тому розробка математичних засобів вирішення оптимізаційної задачі розміщення стаціонарних постів спостереження за забрудненням атмосферного повітря на техногенно-навантажених територіях України є актуальною науковою проблемою. Її вирішення дозволить значно підвищити ефективність існуючої мережі моніторингу стану атмосферного повітря України згідно європейських вимог та стандартів. Це, в свою чергу, забезпечить високу ефективність прийняття управлінських рішень щодо вирішення актуальних проблем у галузі охорони атмосферного повітря на контрольованих територіях.

Виконаний порівняльний аналіз різних підходів (економічного, ймовірно-статистичного, В.А. Верлана та ін.) щодо визначення просторової конфігурації ММСАП дозволив визначити їхні основні недоліки, які практично унеможливають їх застосування в сьогоденній Україні.

Математична формалізація оптимізаційної задачі розміщення стаціонарних постів спостереження за станом атмосферного повітря дозволила визначити її особливості, а саме те, що вона є нелінійною, детермінованою, динамічною, цілочисельною задачею умовної оптимізації на незв'язній області. Враховуючи складність отриманої задачі, знаходження її оптимального розв'язку можливе лише шляхом застосування методу повного перебору, який є ефективним лише для зон та агломерацій невеликої пло-

щі. Використання методу повного перебору для великих територій (наприклад, м. Києва) є дуже проблематичним через значну обчислювальну складність.

Авторами розроблено ряд алгоритмів, що є комбінаціями жадібного алгоритму та методу повного перебору, використання яких забезпечує отримання оптимального (або близького до оптимального, похибка в межах 5%) розв'язку за значно швидший час в порівнянні з методом повного перебору. В подальшому отримані алгоритми будуть реалізовані у спеціалізованому автономному програмному комплексі вирішення актуальних задач екологічної безпеки техногенно-навантажених територій.

### Література

1. Air pollution causes 800,000 extra deaths a year in Europe and 8.8 million worldwide. [https://www.eurekalert.org/pub\\_releases/2019-03/esoc-arc030819.php](https://www.eurekalert.org/pub_releases/2019-03/esoc-arc030819.php)
2. РД 52.04.186–89 Руководство по контролю загрязнения атмосферы. <http://docs.cntd.ru/document/1200036406>
3. Закон України від 28.02.2019 № 2697-VIII «Про Основні засади (стратегію) державної екологічної політики України на період до 2030 року». <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2697-19#Text>
4. Постанова Кабінету Міністрів України від 5 грудня 2007 р. № 1376 «Про затвердження Державної цільової екологічної програми проведення моніторингу навколишнього природного середовища». <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/1376-2007-%D0%BF#Text>
5. Артемчук В.О. Математичні та комп'ютерні засоби для вирішення задачі розміщення пунктів спостережень мережі моніторингу стану атмосферного повітря : автореф. дис. канд. техн. наук. Київ. 2011. 20 с.
6. Каменева І.П., Яцишин А.В., Артемчук В.О., Попов О.О. Математичні моделі для визначення раціонального розміщення мережі ПСЗ атмосфери міста. *Східно-Європейський журнал передових технологій*. 2011. Вип. 3/4 (51). с. 7-11.
7. Яцишин А.В., Артемчук В.О. Математична постановка задачі оптимального розміщення пунктів спостережень мережі моніторингу стану атмосферного повітря. *Збірник наукових праць Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.С. Пухова*. 2012. № 62. с. 12-18.
8. Верлан В.А. Оптимизация размещения сети постов мониторинга за загрязнением атмосферы в промышленном городе: дис. канд. геогр. наук. Одесса. 1999. 167 с.
9. Артемчук В.О. та ін. Теоретичні та прикладні основи економічного, екологічного та технологічного функціонування об'єктів енергетики. Київ: ТОВ «Наш формат», 2017. 312 с.
10. Gokalp O. (2020). An iterated greedy algorithm for the obnoxious p-median problem. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Vol. 92. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2020.103674>
11. Lu, Y., Hao, J. K. and Wu, Q. (2019). Hybrid



evolutionary search for the traveling repairman problem with profits. *Information Sciences*, Vol. 502, pp. 91–108. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2019.05.075>

12. Yi, N., Xu, J., Yan, L. and Huang, L. (2020). Task optimization and scheduling of distributed cyber–physical system based on improved ant colony algorithm. *Future Generation Computer Systems*, Vol. 109, pp. 134–148. <https://doi.org/10.1016/j.future.2020.03.051>

13. Lim, G. J., Reese, J. and Holder, A. (2009). Fast and robust techniques for the euclidean p-median problem with uniform weights. *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 57(3), pp. 896–905. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2009.03.016>

14. Sharma, N., Batra, U. and Zafar, S. (2020). Remit Accretion in IOT Networks Encircling Ingenious Firefly Algorithm Correlating Water Drop Algorithm. *Procedia Computer Science*, Vol. 167, pp. 551–561. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2020.03.316>

## References

1. Air pollution causes 800,000 extra deaths a year in Europe and 8.8 million worldwide. [https://www.eurekalert.org/pub\\_releases/2019-03/esoc-apc030819.php](https://www.eurekalert.org/pub_releases/2019-03/esoc-apc030819.php)

2. RD 52.04.186–89 Rukovodstvo po kontrolyu zagryazneniya atmosfery. <http://docs.cntd.ru/document/1200036406>

3. Zakon Ukrainy vid 28.02.2019 № 2697-VIII «Pro Osnovni zasady (stratehiyu) derzhavnoyi ekolohichnoyi polityky Ukrainy na period do 2030 roku». <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2697-19#Text>

4. Postanova Kabinetu Ministriv Ukrainy vid 5 hrudnya 2007 y. № 1376 «Pro zatverdzhennya Derzhavnoyi tsil'ovoyi ekolohichnoyi prohramy provedennya monitorynhu navkoly-

shn'oho pryrodnoho seredovyscha». <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/1376-2007-%D0%BF#Text>

5. Artemchuk, V.O. (2011). The thesis of dissertation for a Candidate's degree in Technical Sciences, Kyiv, UA, 20 p.

6. Kameneva, I.P., Iatsyshyn, A.V., Artemchuk, V.O. and Popov, O.O. (2011). *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. Vol. 3/4(51), Kyiv, UA, pp. 7-11.

7. Iatsyshyn, A.V. and Artemchuk, V.O. (2012). *Zbirnyk naukovykh prats' Instytutu problem modelyuvannya v enerhetytsi im. H.Ye. Pukhova*. Vol. 62, Kyiv, UA, pp. 12-18.

8. Verlan, V.A. (1999). Optimizatsiya razmeshcheniya seti postov monitoringa za zagryazneniyem atmosfery v promyshlennom gorode: dis. ... kand. geogr. nauk. Odessa, UA, 167 p.

9. Artemchuk, V.O. et al. (2017). Theoretical and applied bases of economic, ecological and technological functioning of energy objects. TOV «Nash format», Kyiv, UA, 312 p.

10. Gokalp, O. (2020). *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Vol. 92. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2020.103674>

11. Lu, Y., Hao, J. K. and Wu, Q. (2019). *Information Sciences*, Vol. 502, pp. 91–108. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2019.05.075>

12. Yi, N., Xu, J., Yan, L. and Huang, L. (2020). *Future Generation Computer Systems*, Vol. 109, pp. 134–148. <https://doi.org/10.1016/j.future.2020.03.051>

13. Lim, G. J., Reese, J. and Holder, A. (2009). *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 57(3), pp. 896–905. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2009.03.016>

14. Sharma, N., Batra, U. and Zafar, S. (2020). *Procedia Computer Science*, Vol. 167, pp. 551–561. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2020.03.316>

## OPTIMIZATIONAL TASK SOLUTION OF STATIONARY POINTS PLACEMENT FOR OBSERVATION OF ATMOSPHERIC POLLUTION AT TECHNOGENICALLY LOADED TERRITORIES OF UKRAINE

**Popov O.**, D.Sc.(Tech.), senior research fellow, State Institution "The Institute of Environmental Geochemistry of National Academy of Sciences of Ukraine", ORCID:0000-0002-5065-3822, sasha.popov1982@gmail.com

**Artemchuk V.**, Ph.D., senior research fellow, G.E. Pukhov Institute for Modelling in Energy Engineering of NAS of Ukraine, ORCID:0000-0001-8819-4564, ak24avo@gmail.com

**Iatsyshyn A.**, D.Sc.(Tech.), senior research fellow, State Institution "The Institute of Environmental Geochemistry of National Academy of Sciences of Ukraine", ORCID:0000-0001-5508-7017, iatsyshyn.andriy@gmail.com

**Kovach V.**, Ph.D., National Aviation University, ORCID:0000-0002-1014-8979, valeriiakovach@gmail.com

**Iatsyshyn Anna**, Ph.D., senior research fellow, State Institution "The Institute of Environmental Geochemistry of National Academy of Sciences of Ukraine", ORCID:0000-0001-8011-5956, anna13.00.10@gmail.com

**Turevych A.**, engineer of the 1-st cat., State Institution "The Institute of Environmental Geochemistry of National Academy of Sciences of Ukraine", ORCID:0000-0002-8435-3166, ognetyr@gmail.com

**Kutsenko V.**, engineer of the 2-nd cat., State Institution "The Institute of Environmental Geochemistry of National Academy of Sciences of Ukraine", ORCID:0000-0002-0577-2056, kuts.vo@gmail.com

*Network of air pollution monitoring stations in Ukraine was built in the 1970s in accordance with the standards of the former USSR. Their configuration was not revised. During this period there were many changes in economy, industry, transport infrastructure, climatic conditions. It led to radical redistribution of technogenic load on air of Ukraine. Therefore, the existing network of posts today is no longer optimal. It does not allow to see real picture of pollution. This, in turn, does not make possible to make effective decisions on air quality management and public health risk in urban areas. This situation does not meet the pan-European requirements that Ukraine should comply with the Partnership and Cooperation Agreement between the European Union, the Member States and Ukraine. The adopted normative legal acts of Ukraine that one of the prior tasks of the existing air monitoring system development is theoretical substantiation and proposals preparation of optimized schemes for construction and operation of observation networks according to European requirements and standards. Therefore, development of mathe-*

*mathematical tools for optimization problem solution of stationary points placement for observation of atmospheric pollution at technogenically loaded territories is an urgent scientific problem. Comparative analysis of different approaches to determining spatial configuration of the air monitoring network was identified. Their main shortcomings are identified. It makes almost impossible to use them in today's Ukraine. Mathematical formalization of optimization problem solution of stationary points placement for observation of atmospheric pollution at technogenically loaded territories is carried out. From the point of view of optimization theory, the obtained problem is dynamic, nonlinear, deterministic and discrete on a nonconvex domain. Due to considerable complexity of the problem, its solution (finding the optimal solution) is possible only by the method of complete search. However, application of this method is complicated due to the very large number of computational operations for large zones and agglomerations. So, there is a need to use new optimization algorithms. Two algorithms for optimization problem solving were developed. They are based on combination of greedy algorithm and complete search method. Testing of these algorithms (on the example of data from Kyiv) showed that they allow to obtain problem solution (close to optimal) much faster than the method of complete search.*

**Key words:** *atmospheric air, monitoring network, stationary observation points, placement optimization, computational.*